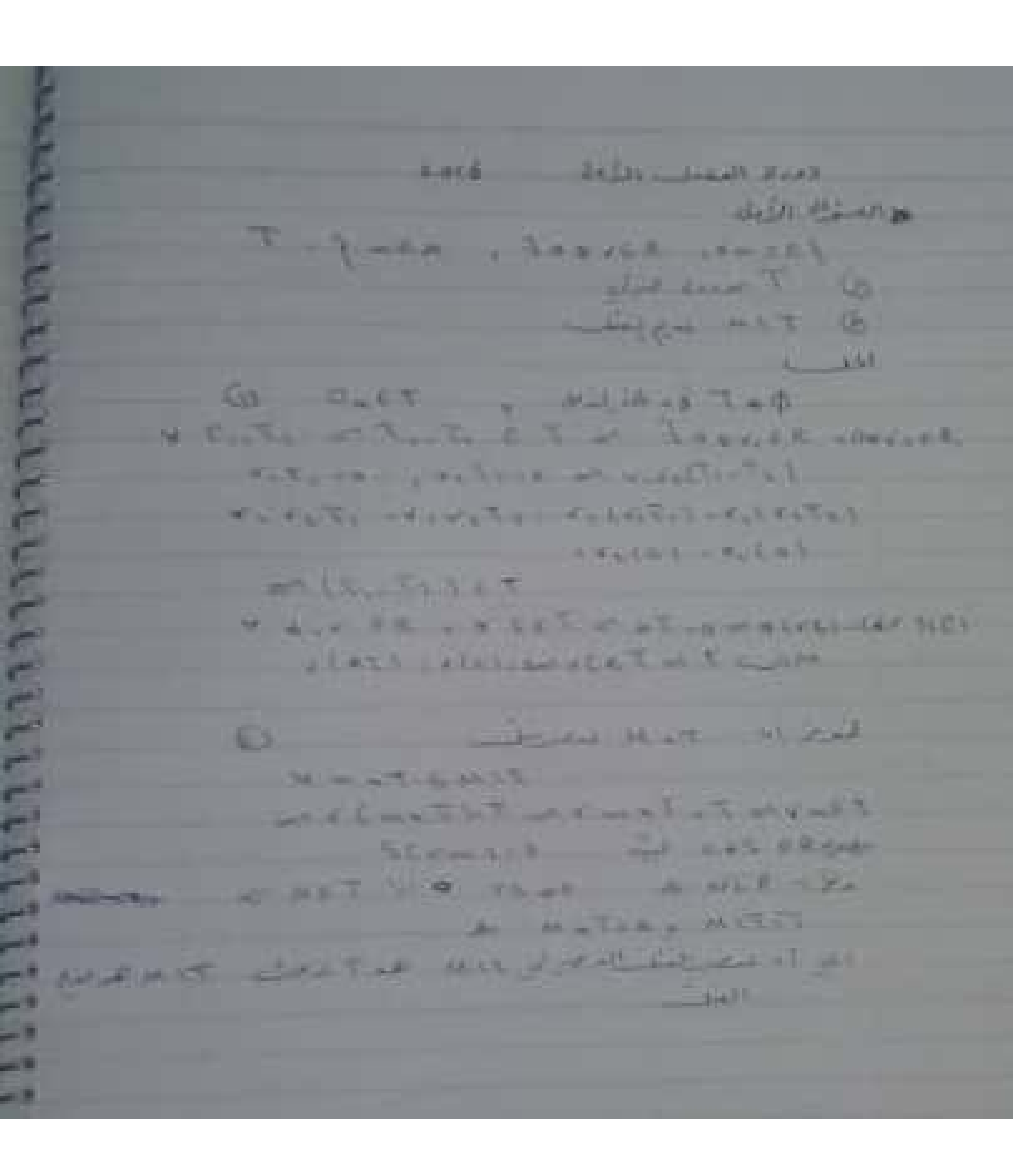
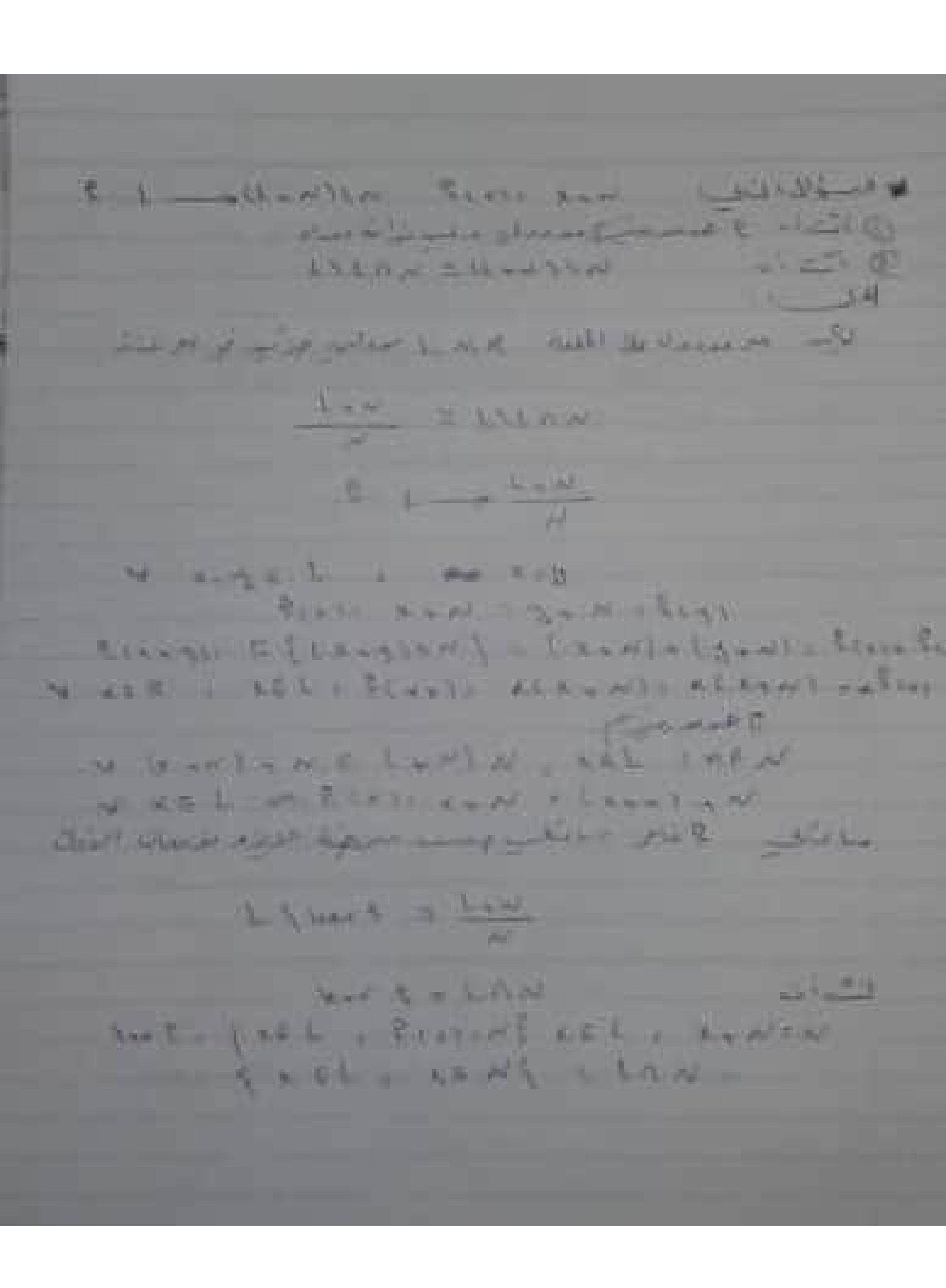
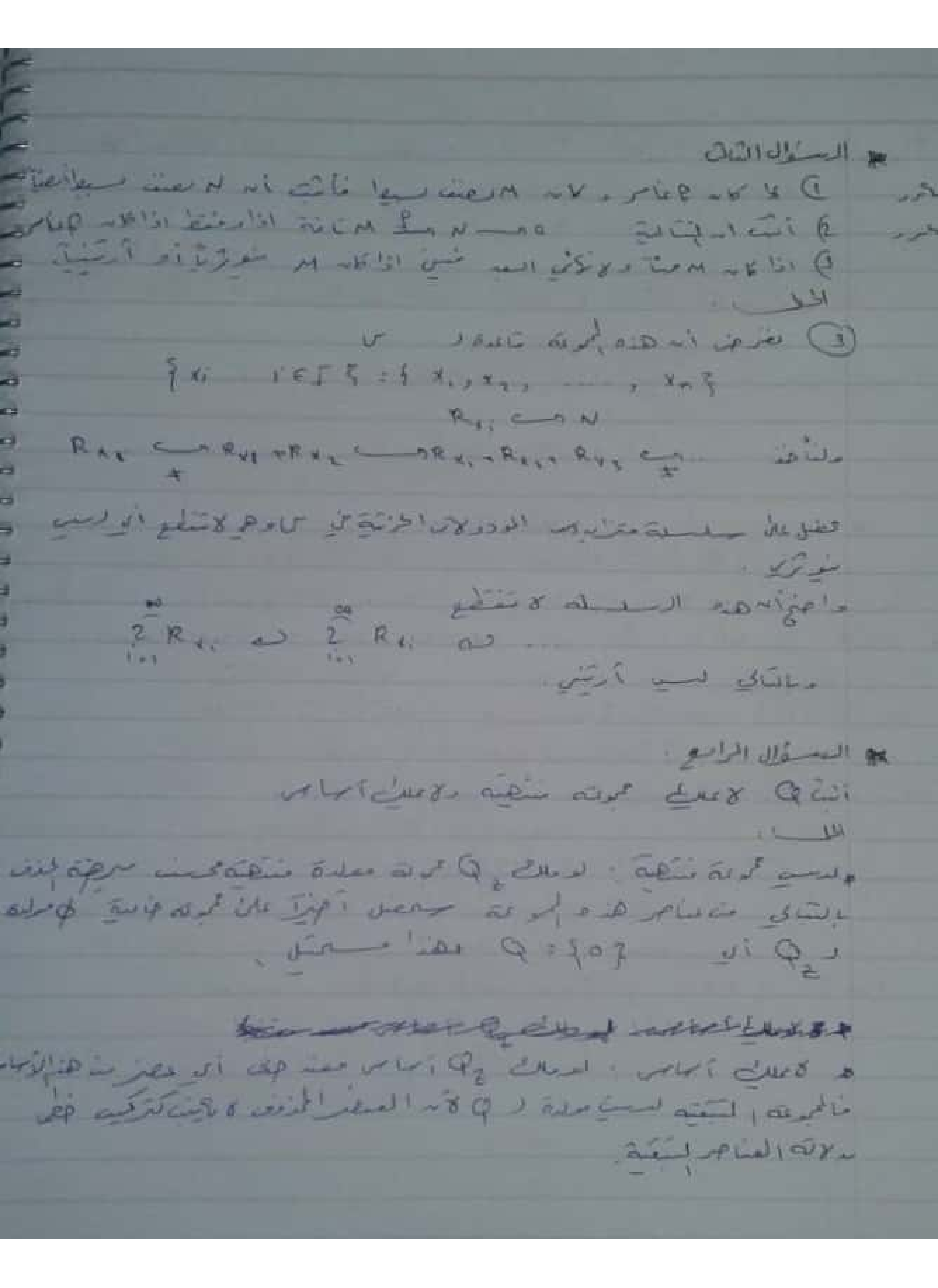






* السؤال الثالث

1) ليكن R حلقة و M [illegible] فأثبت أن N [illegible]

2) أثبت أن [illegible] إذا وفقط إذا كان [illegible]

3) إذا كان M [illegible] إذا كان M نوثرياً أو أرتينياً

الحل:

③ نفرض أن هذه المجموعة غير منتهية

$\{x_i : i \in I\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$R x_i \subseteq N$

نلاحظ $R x_1 \subsetneq R x_1 + R x_2 \subsetneq R x_1 + R x_2 + R x_3 \subsetneq \dots$

نحصل على سلسلة متزايدة من المودولات الجزئية في M وهي لا تستقر أي ليس نوثري.

وأيضاً هذه السلسلة لا تتوقف

$\sum_{i=1}^{\infty} R x_i$ [illegible] $\sum_{i=1}^{\infty} R x_i$ [illegible]

وبالتالي ليس أرتيني.

* السؤال الرابع:

أثبت Q لا يملك مجموعة منتهية ولا يملك أساس

الحل:

* ليس مجموعة منتهية: لو ملك Q_Z مجموعة مولدة منتهية [illegible] بالتالي من عناصر هذه المجموعة نحصل [illegible] على مجموعة [illegible] و Q_Z أي $Q = \{0\}$ وهذا مستحيل.

~~[illegible]~~

* لا يملك أساس: لو ملك Q_Z أساس [illegible] أي عنصرين من هذا الأساس [illegible] من المجموعة المستقلة ليست مستقلة [illegible] Q لأن العنصر [illegible] تركيبة خطية [illegible] العناصر المستقلة.